OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Etapa locală 21.02.2016
CLASA a V-a

Subiectul 1 (7 puncte)

a) Arătaţi că N= $3^{2016}-2\cdot 3^{2015}-2\cdot 3^{2014}-...-2\cdot 3^{1002}$ este cub perfect.

b) Determinaţi numerele prime $\overline{ab}$, $\overline{ba}$ si x , daca $5\cdot\overline{ab}-7\cdot x=\overline{ba}$

Subiectul 2 (7 puncte)

Fie numerele a= $8\cdot 3^{n+2}\cdot 25^{n+1}$ şi b= $7\cdot 5^{n+2}\cdot 15^{n+1}$, cu n număr natural.

a) Comparaţi numerele a şi b.

b) Arătaţi că a şi b dau acelaşi rest la impărţirea cu 165 pentru orice număr natural n.

Subiectul 3 (7 puncte)

Fie mulţimea $A=\{a\cdot 1, a\cdot 3, a\cdot 5,..., a\cdot(a+2015), \overline{ab}, \overline{bc}, \overline{cd}$ fiind numere naturale divizibile cu 23 si d=2}. Aflaţi:

a) Cardinalul mulţimii A;

b) Suma elementelor mulţimii A.

Subiectul 4 (7 puncte)

Să se determine numărul natural n, pentru care n, n+4, n+6, n+10, n+12,n+16 şi n+22, sunt numere prime.

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru 2 ore.
Punctajul minim de calificare la etapa judeţeană a olimpiadei de matematică este de 14 puncte.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Etapa locală 21.02.2016
CLASA a VI-a

Subiectul 1 (7 puncte)

Determinați numerele naturale a si b, cu a < b, știind că [a;b] – (a;b) = 444 și raportul dintre [a;b] și (a;b) este 75, unde [a;b] și (a;b) reprezintă c.m.m.m.c, respectiv c.m.m.d.c al numerelor a și b.

Subiectul 2 (7 puncte)

Aflați cel mai mic număr natural care împărțit pe rând la 12, 14 și 15 dă resturile 1,7 și respectiv 10.

Subiectul 3 (7 puncte)

Pe o dreaptă se consideră punctele distincte A_1, A_2, A_3, …, A_{2016}, în această ordine. Dacă $A_nA_{n+1} = 2\cdot A_{n-1}A_n$, unde $n \in \mathbf{N}, 1<n<2016$ și $A_1A_{2016} = 2^{2016} - 2$, aflați lungimea segmentului $[A_2A_{10}]$.

Subiectul 4 (7 puncte)

Fie un punct M situat în interiorul triunghiului ABC astfel încât $\sphericalangle AMB \equiv \sphericalangle AMC$ și (MD bisectoarea unghiului BMC, $D \in BC$.

a) Arătați că punctele A, M, D sunt coliniare;
b) Dacă E și F reprezintă punctele de intersecție dintre BM și CM cu laturile AC, respectiv AB și [ME]≡[MF], arătați că ΔABC și ΔBMC sunt isoscele.

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru 2 ore.
Punctajul minim de calificare la etapa județeană a olimpiadei de matematică este de 14 puncte.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Etapa locală 21.02.2016
CLASA a VII-a

Subiectul 1 (7 puncte)

a) Fie numărul $a = \frac{\sqrt{55}+\sqrt{2}+\sqrt{15}+\sqrt{7}+\sqrt{10}+\sqrt{35}+\sqrt{3}+\sqrt{11}}{\sqrt{11}+\sqrt{2}+\sqrt{7}+\sqrt{3}}$. Arătați că numărul $\sqrt{a\sqrt{5}-a}$ este pătrat perfect.

b) Arătați că suma $S = \frac{1}{1\cdot4}+\frac{1}{4\cdot7}+\frac{1}{7\cdot10}+\cdots+\frac{1}{2014\cdot2017} \in (0{,}3;\ 0{,}4)$.

Subiectul 2 (7 puncte)

Fie paralelogramul ABCD, $AC \cap BD = \{O\}$, punctul M mijlocul laturii (BC), $AM \cap BD = \{G\}$ astfel încât OG = 3 cm.

a) Calculați raportul dintre lungimile segmentelor OG și BD.

b) Ce procent din aria paralelogramului reprezintă aria patrulaterului GMCO.

Subiectul 3 (7 puncte)

a) Aflați valorile întregi ale lui x dacă $\sqrt{x^2+4x+13}$ este număr natural.

b) Arătați că numărul $A = 7^{2005} + 13^{2003} + 17^{2004} + 19^{2001}$ nu este pătrat perfect.

Subiectul 4 (7 puncte)

Fie triunghiul ABC cu $2\cdot m(\sphericalangle B) = 3\cdot(\sphericalangle C)$, $[CN$ bisectoarea unghiului $\sphericalangle C$, $N \in [AB]$ și $M \in [CN]$ astfel încât AN = AM = MP, unde $\{P\} = BM \cap AC$. Arătați că:

a) Triunghiul BMC este isoscel.

b) $MQ\cdot CB = CQ\cdot NB$

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru 3 ore.
Punctajul minim de calificare la etapa județeană a olimpiadei de matematică este de 14 puncte.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Etapa locală 21.02.2016
CLASA a VIII-a

Subiectul 1 (7 puncte)

Fie $a=\sqrt{3+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}}$ si $b=\sqrt{3+\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{6}}$. Arătaţi că :

a) $a+b=2+\sqrt{2}$;
b) $(a-1)(b-1)\in\mathbb{Z}$;
c) Dacă $c=\sqrt{3-\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{6}}$ şi $d=\sqrt{3-\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{6}}$ demonstraţi că $a\cdot b\cdot c\cdot d=b+c=2$.

Subiectul 2 (7 puncte)

Se consideră a un număr întreg prim şi impar , cu proprietatea că numarul $a-4$ este un număr întreg prim. Arătaţi că există cel mult patru valori întregi ale lui n pentru care numarul n^2-an+a este patrat perfect. (G.M.)

Subiectul 3 (7 puncte)

Pe planul triunghiului echilateral ABC cu latura l se ridică de aceeaşi parte a planului perpendicularele AM, BN şi CP de lungime AM=$2a$,BN=$3a$ si CP=a . Notăm cu d dreapta de intersecţie a planelor (MNP) si (ABC)

a) Arătaţi că $d\perp$BC;
b) Dacă NM ∩ (ABC)={F} şi MP ∩ (ABC)={E} aflaţi aria triunghiului AEF.
c) Stabiliţi o relaţie între a şi l pentru ca masura unghiului diedru dintre planele (ABC) si (MNP) sa fie de 45º.

Subiectul 4 (7 puncte)

Se consideră prisma patrulateră regulată $ABCDA_1B_1C_1D_1$ cu AB=l , $AA_1=h$ şi O_1 centrul fetei $A_1B_1C_1D_1$. Arătaţi că $A_1B\perp AO_1$ dacă şi numai dacă $l=h\sqrt{2}$.

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru 3 ore.
Punctajul minim de calificare la etapa judeţeană a olimpiadei de matematică este de 14 puncte.